

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«**Российский государственный гуманитарный университет**»
(ФГБОУ ВО «РГУ»)

ОТДЕЛЕНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ В ГУМАНИТАРНОЙ СФЕРЕ
Кафедра математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

45.03.04 Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере

Разработка и программирование интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2021

Дифференциальные уравнения и их приложения
Рабочая программа дисциплины (модуля)

Составитель(и):

Кандидат технических наук, доцент Л.О. Шашкин

.....

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры МЛиИС

№ 5 от 24.03.2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка	5
1.1 Цель и задачи дисциплины	5
1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций	5
1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	6
2. Структура дисциплины	6
3. Содержание дисциплины	7
4. Образовательные технологии	8
5. Оценка планируемых результатов обучения	9
5.1 Система оценивания	9
5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине	10
5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	11
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	15
6.1 Список источников и литературы	15
6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».	15
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины	16
8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов	16
9. Методические материалы	17
9.1 Планы семинарских/ практических/ лабораторных занятий	17

1. Пояснительная записка

1.1 Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины - обучение студентов теоретическим основам и практическим методам теории обыкновенных дифференциальных уравнений, включая общетеоретические вопросы (теорема существования и единственности решения задачи Коши) и освоению практических приёмов решения некоторых типов уравнений, а также использованию дифференциальных уравнений в построении и анализе моделей естественнонаучных и социальных процессов.

Задачи дисциплины

- формирование у студентов системы понятий и навыков, необходимых для дальнейшего углублённого изучения теоретических основ и практических методов построения систем искусственного интеллекта;
- изучение теории и практики решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- приобретение навыков качественного анализа решений обыкновенных дифференциальных уравнений;
- изучение практики приближённого решения обыкновенных дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов;
- развитие навыков применения изученного математического аппарата к решению практических задач.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ПК-1 Способен разрабатывать алгоритмы обработки информации с использованием современных математических методов	<p>ПК-1.1. Знает теоретические основы построения алгоритмов обработки информации.</p> <p>ПК-1.2. Умеет описывать алгоритмы обработки информации с использованием современных математических методов.</p> <p>ПК-1.3. Имеет практический опыт разработки алгоритмов обработки информации с использованием современных математических методов</p>	<p>Знать:</p> <p>постановку задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; определение основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков.</p> <p>Уметь:</p> <p>решать простейшие типы обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков; использовать приближённые методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений; устанавливать дифференциальные связи между динамическими характеристиками физических и социальных процессов и систем.</p> <p>Владеть:</p> <p>навыками построения и исследования простых математических моделей естественных и социальных</p>

		процессов с использованием обыкновенных дифференциальных уравнений; навыками качественного и количественного анализа решений.
ПК-2 Способен представлять результаты исследований и разработок в формах отчетов, рефератов, публикаций и публичных обсуждений	<p>ПК-2.1. Знает стандарты и локальные нормативы представления результатов исследования в отчетах, рефератах, публикациях и презентациях.</p> <p>ПК-2.2. Умеет оформлять сообщения о результатах исследований в виде отчетов, рефератов, научных статей и презентаций.</p> <p>ПК-2.3. Имеет практический опыт представления результатов научных исследований в виде отчетов, рефератов, научных статей и презентаций.</p>	<p>Знать:</p> <p>определение обыкновенного дифференциального уравнения; определение интегральной кривой.</p> <p>Уметь:</p> <p>доказывать основные утверждения и теоремы, входящие в данный курс.</p> <p>Владеть:</p> <p>практическим опытом представления результатов исследований в виде отчетов и публичных обсуждений.</p>

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения и их приложения» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений блока дисциплин Б1 учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин и прохождения практик: математический анализ и алгебра в объёме 1-2 семестров, а также физика в объёме средней школы.

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: теория случайных процессов, вычислительная математика, вычислительная лингвистика, введение в робототехнику.

2. Структура дисциплины¹

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 академических часа (ов).

Структура дисциплины для очной формы обучения

Объём дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
---------	---------------------	------------------

¹ При реализации образовательной программы на очно-заочной и заочной формах обучения, таблица составляется для каждой формы.

3	Лекции	10
	Семинары	32
	Всего:	42

Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 48 академических часа(ов).

3. Содержание дисциплины²

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1	Задачи современного естествознания, приводящие к дифференциальным уравнениям. Введение в общую теорию обыкновенных дифференциальных уравнений	
		1.1 Примеры возникновения дифференциальных уравнений в практических задачах
		1.2 Определение обыкновенного дифференциального уравнения, его решений и постановка задачи Коши
		1.3 Теорема существования и единственности, метод ломаных Эйлера.
2	Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения	
		2.1 Уравнения с разделяющимися переменными и уравнения в полных дифференциалах
		2.2 Однородные уравнения.
		2.3 Уравнения, допускающие понижение порядка
		2.4 Линейные уравнения первого порядка
		2.5 Приближённое решение дифференциальных уравнений с помощью рядов
3	Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами	
		3.1 Свойства линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен.
		3.2 Решения соответствующие вещественным корням
		3.3 Решения соответствующие комплексным корням.

² Раздел может быть представлен как в текстовой форме, так и в таблице

4. Образовательные технологии³

<i>№ п/ п</i>	<i>Наименование раздела</i>	<i>Виды учебной работы</i>	<i>Информационные и образовательные технологии</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>5</i>
1	Задачи современного естествознания, приводящие к дифференциальным уравнениям. Введение в общую теорию обыкновенных дифференциальных уравнений	Лекция 1. Семинар 1. Самостоятельная работа	Вводная лекция-беседа. Семинар-обсуждение. Работа с электронным конспектом и интернет-ресурсами. Консультирование посредством электронной почты
2	Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения	Лекция 2 Семинар 2 Семинар 3 Лекция 3 Семинар 4 Семинар 5 Семинар 6 Семинар 7 Семинар 8 Семинар 9 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Практическое занятие. Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты
3	Дифференциальное исчисление	Лекция 4 Семинар 10	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.

³ В разделе указываются образовательные технологии, используемые при реализации различных видов учебных занятий для наиболее эффективного освоения дисциплины. При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (*модулей*) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учётом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей (п.34. Приказ №301).

	Лекция 5	Теоретическая лекция.
	Семинар 11	Семинар-обсуждение.
	Семинар 12	Практикум по решению задач. Семинар-обсуждение.
	Семинар 14	Практикум по решению задач.
	Семинар 15	Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.
	Семинар 16 Самостоятельная работа	Практическое занятие. Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1 Система оценивания⁴

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
● опрос	5 баллов	20 баллов
● дом. задание (темы 2.1—2.5)	5 баллов	10 баллов
● контр. работа (темы 2.1—2.5)	10 баллов	10 баллов
● дом. задание (темы 3.1—3.3)	10 баллов	10 баллов
● контр. работа (темы 3.1—3.3)	10 баллов	10 баллов
Промежуточная аттестация		40 баллов

⁴ Система оценивания выстраивается в соответствии с учебным планом, где определены формы промежуточной аттестации (зачёт/зачёт с оценкой/экзамен), и структурой дисциплины, где определены формы текущего контроля. Указывается распределение баллов по формам текущего контроля и промежуточной аттестации, сроки отчётности.

(экзамен)		
Итого за семестр		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55		E	
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	хорошо/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	удовлетво- рительно/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне –</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		«достаточный».
49-0/ F,FX	неудовлет- ворительно/ не зачтено	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине⁵

5.3.1. Образцы заданий для самостоятельного выполнения

1. Начертите ломаные Эйлера для уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1-y}$ с шагом $h = 0,1$.
2. Начертите фазовый портрет уравнения $x \frac{dy}{dx} + y^2 = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения $(1-x^2)y^3 \frac{dy}{dx} = y^4 + 1$ и его частное решение при $x = 0$.
4. Проверьте, что уравнение является уравнением в полных, дифференциалах и решите его.
5. Найдите интегрирующий множитель для уравнения $x^2 - y + (x^2y^2 + x) \frac{dy}{dx} = 0$ и решите это уравнение.
6. Найдите общее решение уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - y^2}{2xy}$.
7. Найдите общее решение уравнения $x \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx}$.
8. Найдите общее решение уравнения $\frac{d^2y}{dx^2} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y \frac{dy}{dx} = 0$.
9. Найдите общее решение уравнения $\frac{dy}{dx} - y \sin 2x = \cos x$.
10. Дано уравнение $\frac{d^2y}{dx^2} - x^3y = 2xy$. Найдите первые три ненулевые члена разложения его решения в ряд, удовлетворяющего условиям $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

⁵ Приводятся примеры оценочных средств в соответствии со структурой дисциплины и системой контроля: варианты тестов, тематика письменных работ, примеры экзаменационных билетов, типовые задачи, кейсы и т.п. Оценочными средствами должны быть обеспечены все формы текущего контроля и промежуточной аттестации. Они должны быть ориентированы не только на проверку сформированности знаний, но также умений и владений.

11. Найдите общее решение уравнения $\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - y = 0$.
12. Найдите общее решение уравнения $\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$.
13. Найдите общее решение уравнения $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x - 4$.
14. Найдите общее решение уравнения $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 5 + e^x$.
15. Найдите общее решение уравнения $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} = x^2 - 1 + \cos x$.

5.3.2. Образцы заданий для контрольных работ

Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. Начертить фазовый портрет уравнения $\frac{dy}{dx} = y - x^2$.
2. Найдите общее решение уравнения $xy + (x + 1)\frac{dy}{dx} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения $x\frac{dy}{dx} - y = x\operatorname{tg}\frac{y}{x}$.
4. Найдите частное решение уравнения $x\frac{dy}{dx} - 2y = 2x^4$, удовлетворяющее условию $y(1) = 0$.
5. Проверить что уравнение $2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0$ является уравнением в полных дифференциалах и найти его общее решение.
6. Найдите общее решение уравнения $\frac{d^2y}{dx^2} = 2y\frac{dy}{dx}$.

Вариант 2

1. Начертить фазовый портрет уравнения.
2. Найдите общее решение уравнения $xy\frac{dy}{dx} = \sqrt{y^2 + 1}$.
3. Найдите общее решение уравнения $x\frac{dy}{dx} = y - e^{\frac{y}{x}}$.
4. Найдите частное решение уравнения, удовлетворяющее условию $y(0) = 1$.
5. Проверить что уравнение $(2 - 9xy^2)xdx + (4y^2 - 6x^3)ydy = 0$ является уравнением в полных дифференциалах и найти его общее решение.
6. Найдите общее решение уравнения $x^2\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$.

Вариант 3

1. Начертить фазовый портрет уравнения $y\frac{dy}{dx} + x = 0$.
2. Найдите общее решение уравнения $(x^2 - 1)\frac{dy}{dx} + 2xy^2 = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения $x\frac{dy}{dx} - y = (x + y)\ln\left[\frac{(x + y)}{x}\right]$.

4. Найти частное решение уравнения $dy/dx + y \operatorname{ctg} x = \sec x$, удовлетворяющее условию $y(0) = 1$.
5. Проверить что уравнение $e^{-y} dx - (2y + xe^{-y}) dy = 0$ является уравнением в полных дифференциалах и найти его общее решение.
6. Найти общее решение уравнения $y \frac{d^2 y}{dx^2} + 1 = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$.

Вариант 4

1. Начертить фазовый портрет уравнения $x \frac{dy}{dx} = 2y$.
2. Найти общее решение уравнения $\operatorname{ctg} x \frac{dy}{dx} + y = 2$.
3. Найти общее решение уравнения $x \frac{dy}{dx} = y \cos \ln \frac{y}{x}$.
4. Найти частное решение уравнения $x^2 \frac{dy}{dx} + xy + 1 = 0$, удовлетворяющее условию $y(1) = 0$.
5. Проверить что уравнение $\frac{y}{x} dx + (y^2 + \ln x) dy = 0$ является уравнением в полных дифференциалах и найти его общее решение.
6. Найти общее решение уравнения.

Контрольная работа № 2

Вариант 1

1. Решить уравнение $y'' + y' - 2y = 0$.
2. Решить уравнение $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$.
3. Решить уравнение $y'' - y = 2e^x - x^2$.
4. Решить уравнение $y'' - 3y' + 2y = x \cos x$.
5. Дано уравнение $y'' = xy' - y^2$. Найти первые три ненулевые члена разложения его решения, удовлетворяющего условиям $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Вариант 2

1. Решить уравнение $y'' + 4y' + 3y = 0$.
2. Решить уравнение $y''' - y'' - y' + y = 0$.
3. Решить уравнение $y'' + y = 4xe^x$.
4. Решить уравнение $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$.
5. Дано уравнение $y'' = x - y' + y^2$. Найти первые три ненулевые члена разложения его решения, удовлетворяющего условиям $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Вариант 3

1. Решить уравнение $y'' - 2y' = 0$.
2. Решить уравнение $y''' - 3y' + 2y = 0$.
3. Решить уравнение $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$.
4. Решить уравнение $y'' - 9y = e^{3x} \cos x$.
5. Дано уравнение $y'' = xy^2 - x^2 y'$. Найти первые три ненулевые члена разложения его решения, удовлетворяющего условиям $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$.

Вариант 4

1. Решить уравнение.

2. Решить уравнение $y''' - 8y = 0$.
3. Решить уравнение $y'' + y' - 2y = 3xe^x$.
4. Решить уравнение $y'' + y = x \sin x$.
5. Дано уравнение $y'' = x + x^2 y' - y^2$. Найти первые три ненулевые члена разложения его решения, удовлетворяющего условиям $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$.

5.3.3 Список теоретических вопросов, выносимых на промежуточную аттестацию (экзамен)

1. Вывести уравнение движения материальной точки в поле силы тяжести без учёта сопротивления воздуха.
2. Вывести уравнения падения материальной точки в атмосфере.
3. Вывести уравнение колебания пружины.
4. Вывести уравнение движения догоняющего в задаче погони.
5. Дифференциальное уравнение. Общие и частные решения. Примеры.
6. Задача Коши. Теорема существования и единственности её решения. Примеры.
7. Метода ломаных Эйлера. Примеры применения.
8. Фазовый портрет уравнений первого порядка. Примеры.
9. Решение уравнений с разделяющимися переменными. Примеры.
10. Уравнение в полных дифференциалах. Примеры.
11. Метод интегрирующего множителя. Примеры.
12. Решение однородных дифференциальных уравнений. Примеры.
13. Решение уравнений второго порядка, не содержащих явной зависимости от неизвестной функции. Примеры.
14. Решение уравнений второго порядка, не содержащих явной зависимости от x . Примеры.
15. Линейные уравнения первого порядка и их свойства. Примеры.
16. Метод вариации произвольной постоянной для линейных уравнений первого порядка. Примеры.
17. Приближённое решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Примеры.
18. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами и их свойства. Характеристический многочлен. Примеры.
19. Решения однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами, соответствующие простым вещественным корням характеристического многочлена. Примеры.
20. Решения однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами, соответствующие кратным вещественным корням характеристического многочлена. Примеры.
21. Решения однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами, соответствующие простым комплексным корням характеристического многочлена. Примеры.
22. Решения однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами, соответствующие кратным комплексным корням характеристического многочлена. Примеры.
23. Решения неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами в нерезонансном случае. Примеры.
24. Решения неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами в резонансном случае. Примеры.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Список источников и литературы⁶

6.1. Список источников и литературы

а) Основная литература

1. Демидович Б.П., Моденов В.П., Дифференциальные уравнения. — СПб, «Лань», 2008. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/152452>
2. Пантелеев, А. В. **Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс** [Электронный ресурс] : учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. – М.: Логос, 2010. - 384 с.: ил. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-465-0. <http://znanium.com/bookread2.php?book=469288>

б) Дополнительная литература

1. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие. Изд. 4-е., испр. — М.: Едиториал УРСС, 2002.
2. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс. — М., «Айрис-пресс», 2005.
3. Петрова Т.А., Баранова Е.А. Дифференциальные уравнения и их применение в естествознании. — М., МНЭПУ, 2000.
4. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.
5. Матросов А. Марле б. Решение задач высшей математики и механики. Серия «Мастер». — СПб.: БХВ-Петербург, 2001.
6. Гуц А.К., Паутова Л.А, Фролова Ю.В., Математическая социология, Учебное пособие. — Омск: Издательство Наследие. Диалог-Сибирь, 2003
7. Минюк С.А., Березкина Н.С., Дифференциальные уравнения и экономические модели Серия: ВУЗ. Студентам высших учебных заведений — Издательство: Вышэйшая школа, 2007 г.

6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/ode.htm>

https://ru.wikipedia.org/wiki/Обыкновенное_дифференциальное_уравнение

<http://www.wolframalpha.com/>

Национальная электронная библиотека (НЭБ) www.rusneb.ru
 ELibrary.ru Научная электронная библиотека www.elibrary.ru
 Электронная библиотека Grebennikon.ru www.grebennikon.ru
 Cambridge University Press

⁶ Рекомендуется включать в списки издания из ЭБС и не более 15 печатных изданий.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения: академическая аудитория с доской, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA SE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы⁷

9.1 Планы семинарских/ практических/ лабораторных занятий⁸

⁷ Методические материалы по дисциплине могут входить в состав рабочей программы, либо разрабатываться отдельным документом.

⁸ План занятий строится в соответствии со структурой дисциплины (п.2). Разделы плана включают: название темы, количество часов, форму проведения занятия, его содержание (вопросы для обсуждения, задания, контрольные вопросы, кейсы и т.п.), список литературы. При необходимости, планы практических и лабораторных занятий могут содержать указания по выполнению заданий и требования к материально-техническому обеспечению занятия.

Тема 1 (1 ч.) Примеры возникновения дифференциальных уравнений в практических задачах

Цель занятия: проиллюстрировать роль теории обыкновенных дифференциальных уравнений в решении практических задач.

Форма проведения – обсуждение, опрос.

Вопросы для обсуждения:

1. Как содержательные задачи, возникающие в реальной жизни, переводятся на формальный язык дифференциальных уравнений (построение математических моделей)?
2. Какие выводы о поведении моделируемого объекта можно сделать, изучая его формальную модель?

Контрольные вопросы:

1. Вывести уравнение движения материальной точки в поле силы тяжести без учёта сопротивления воздуха.
2. Вывести уравнения падения материальной точки в атмосфере.
3. Вывести уравнение колебания пружины.
4. Вывести уравнение движения догоняющего в задаче погони.

Список источников и литературы:

1. Демидович Б.П., Моденов В.П., Дифференциальные уравнения;
2. Гуц А.К., Паутова Л.А., Фролова Ю.В., Математическая социология.
3. Минюк С.А., Березкина Н.С., Дифференциальные уравнения и экономические модели.
4. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

https://ru.wikipedia.org/wiki/Обыкновенное_дифференциальное_уравнение

<http://www.wolframalpha.com/>

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

Тема 2 (1 ч.) Элементы общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений

Цель занятия: освоение фундаментальных определений и фактов теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое обыкновенное дифференциальное уравнение и его решения?
2. Задача Коши и единственность её решения.
3. Суть метода ломаных Эйлера.
4. Фазовый портрет уравнений первого порядка.

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте задачу Коши для уравнений первого и второго порядков.

2. Начертите ломаные Эйлера для уравнения $\frac{dy}{dx} = y$ с шагом $h = 0,1$.

3. Начертите фазовый портрет уравнения $y \frac{dy}{dx} + x = 0$. Что можно сказать о решениях этого уравнения на основании анализа его фазового портрета?

Список источников и литературы:

1. Демидович Б.П., Моденов В.П., Дифференциальные уравнения;
2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями;
3. Матросов А. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики.
4. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

https://ru.wikipedia.org/wiki/Обыкновенное_дифференциальное_уравнение

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/ode.htm>

<http://www.wolframalpha.com/>

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

Тема 3 (4 ч.) Уравнения с разделяющимися переменными и уравнения в полных дифференциалах

Цель занятия: отработать навыки решения уравнений с разделяющимися переменными и уравнений в полных дифференциалах.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Каков общий метод решения уравнений с разделяющимися переменными? В каких задачах возникают такие уравнения?
2. Каков общий метод решения уравнений в полных дифференциалах? В каких задачах возникают такие уравнения?

Контрольные вопросы:

1. Найдите общее решение уравнения $y' = \frac{y}{x} \ln y$ и его частное решение, удовлетворяющее условию $y(0) = 1$. Нарисуйте графики решений.
2. Найдите общее решение уравнения $\frac{dy}{dx} \sin x = y \ln y$ и его частное решение, удовлетворяющее условию $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. Нарисуйте графики решений.
3. Проверьте, что уравнение $\sin(xy) + xy \cos(xy) + x^2 \cos(xy) \frac{dy}{dx} = 0$ является уравнением в полных дифференциалах, и найдите его общее решение.
4. Проверьте, что уравнение $(x^2y + y^3) \frac{dy}{dx} + x^3y + xy^2 = 0$ является уравнением в полных дифференциалах, и найдите его общее решение.
5. Найдите интегрирующий множитель для уравнения и решите это уравнение.

Список источников и литературы:

1. Демидович Б.П., Моденов В.П., Дифференциальные уравнения.
2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/ode.htm>

<http://www.wolframalpha.com/>

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

Тема 4 (4 ч.) Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и уравнения, сводящиеся к ним

Цель занятия: отработать навыки решения однородных дифференциальных уравнений первого порядка и изучить приёмы сведения некоторых уравнений к однородным.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое однородные функции? Что такое степень однородности?
2. Какие дифференциальные уравнения называются однородными?
3. В чём суть общего метода решения однородных дифференциальных уравнений?
4. Описание типов уравнений, сводящихся к однородным.

Контрольные вопросы:

1. Найдите общее решение уравнения $x \frac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2 - y^2}$.
2. Найдите общее решение уравнения .
3. Сведите уравнение $(x - y + 4) \frac{dy}{dx} = 2 - x - y$ к однородному и решите его.
4. Сведите уравнение $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y + 1}{2x + y - 1}$ к однородному и решите его.

Список источников и литературы:

1. Демидович Б.П., Моденов В.П., Дифференциальные уравнения.
2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

- <http://eqworld.ipmnet.ru/solutions/ode.htm>
<http://www.wolframalpha.com/>

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

Тема 5 (4 ч.) Уравнения, допускающие понижение порядка

Цель занятия: изучить некоторые уравнения второго порядка, которые можно решить путём сведения их к уравнениям первого порядка.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Какие типы уравнений второго порядка можно свести к дифференциальным уравнениям порядка 1?
2. С помощью каких замен переменных осуществляется понижение порядка дифференциально уравнения?

Контрольные вопросы:

1. Найдите общее решение уравнения $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + \frac{dy}{dx}}$.
2. Найдите общее решение уравнения $x \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 2e^{-y}$.
4. Найти общее решение уравнения .

Список источников и литературы:

1. Демидович Б.П., Моденов В.П., Дифференциальные уравнения;
2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/ode.htm>

<http://www.wolframalpha.com/>

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

Тема 6 (4 ч.) Линейные уравнения первого порядка. Приближённое решение уравнений с помощью рядов

Цель занятия: Выработать навыки решения неоднородных линейных уравнений первого порядка и методы решения уравнений с использованием теории степенных рядов.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Каковы основные свойства линейных уравнений?
2. В чём суть метода вариации произвольной постоянной в случае линейных уравнений первого порядка?
3. Каким образом степенные ряды можно использовать применительно к решению дифференциальных уравнений?

Контрольные вопросы:

1. Найти общее решение уравнения $\frac{dy}{dx} + 2xy = 2xe^{-x^2}$.
2. Найти общее решение уравнения $\frac{dy}{dx} - y \cos x = \sin 2x$.
3. Найти решение уравнения $x(x-1)\frac{dy}{dx} + y = x^2(2x-1)$, удовлетворяющее условию $y(2) = 4$.
4. Дано уравнение $\frac{d^2y}{dx^2} - xy = 2y$. Найти первые три ненулевые члена разложения его решения, удовлетворяющего условиям $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
5. Дано уравнение $\frac{dy}{dx} + y^2 = x - y$. Найти первые три ненулевые члена разложения его решения, удовлетворяющего условиям $y(0) = 2$.

Список источников и литературы:

1. Демидович Б.П., Моденов В.П., Дифференциальные уравнения.
2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/ode.htm>

<http://www.wolframalpha.com/>

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

Тема 7 (4 ч.) Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами – случай вещественных корней характеристического многочлена.

Цель занятия: Освоить методы решения однородных уравнений с постоянными коэффициентами в случае вещественных корней.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Свойства линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
2. Что такое характеристический многочлен линейного уравнения с постоянными коэффициентами?
3. Какие решения соответствуют простым вещественным корням?
4. Какие решения соответствуют кратным вещественным корням?

Контрольные вопросы:

1. Найти общее решение уравнения $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} = 0$.
2. Найти решение уравнения $\frac{d^4y}{dx^4} - 5\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$, удовлетворяющее условиям $y'''(0) = 0$, $y''(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y(0) = 1$.
3. Найти общее решение уравнения $\frac{d^3y}{dx^3} + 2\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 0$.
4. Найти решение уравнения $\frac{d^3y}{dx^3} - 5\frac{d^2y}{dx^2} + 7\frac{dy}{dx} - 3y = 0$, удовлетворяющее условиям $y''(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y(0) = 1$.

Список источников и литературы:

1. Демидович Б.П., Моденов В.П., Дифференциальные уравнения;
2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/ode.htm>

<http://www.wolframalpha.com/>

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

Тема 8 (4 ч.) Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами – случай вещественных и комплексных корней характеристического многочлена

Цель занятия: Освоить методы решения однородных уравнений с постоянными коэффициентами в общем случае.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Какие решения соответствуют простым комплексным корням?
2. Какие решения соответствуют кратным комплексным корням?

Контрольные вопросы:

1. Найти общее решение уравнения $\frac{d^2y}{dx^2} + 16y = 0$, а также частное решение, удовлетворяющее условию $y'(0) = -4$, $y(0) = 1$.
2. Найти общее решение уравнения $\frac{d^3y}{dx^3} + 4\frac{d^2y}{dx^2} + 13\frac{dy}{dx} = 0$.
3. Найти общее решение уравнения $\frac{d^5y}{dx^5} - 2\frac{d^4y}{dx^4} + 2\frac{d^3y}{dx^3} - 4\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 0$.
4. Найти общее решение уравнения $\frac{d^4y}{dx^4} + 4\frac{d^3y}{dx^3} + 8\frac{d^2y}{dx^2} + 8\frac{dy}{dx} + 4y = 0$.

Список источников и литературы:

1. Демидович Б.П., Моденов В.П., Дифференциальные уравнения;
2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/ode.htm>

<http://www.wolframalpha.com/>

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

Тема 9 (6 ч.) Решение линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами

Цель занятия: Отработать навыки решения неоднородных линейных уравнений в случае, когда правая часть является квазимногочленом.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое квазимногочлен?
2. Что такое резонансный и нерезонансный вид правой части.
3. Структура решений в нерезонансном случае.
4. Структура решений в резонансном случае.

Контрольные вопросы:

1. Решить уравнение $\frac{d^3y}{dx^3} - \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - y = x^2 + x$.
2. Решить уравнение $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{d^2y}{dx^2} = 12x^2 + 6x$.
3. Решить уравнение $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 4x^2e^x$.
4. Решить уравнение $\frac{d^2y}{dx^2} + 10\frac{dy}{dx} + 25y = 4e^{-5x}$.
5. Решить уравнение $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = x \sin x$.

Список источников и литературы:

1. Демидович Б.П., Моденов В.П., Дифференциальные уравнения;
2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/ode.htm>

<http://www.wolframalpha.com/>

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.